



7. Tag der Mathematik

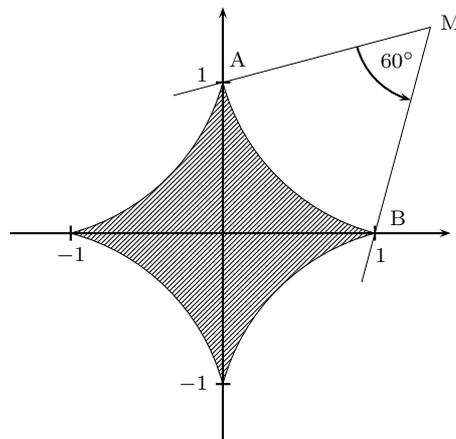
Aufgaben für die Jahrgangsstufen 9–10

Aufgabe 1 (20 Punkte):

Anne, Bert und Clemens spielen Mikado, wobei Anne abwechselnd gegen Bert und Clemens spielt. Sie gewinnt mit Wahrscheinlichkeit $\frac{5}{9}$ gegen Bert und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{7}{11}$ gegen Clemens. Bert und Clemens wetten, dass sie es nicht schafft in den nächsten drei Spielen zweimal unmittelbar hintereinander zu gewinnen, wobei Anne den ersten Gegner wählen darf. Gegen wen sollte Anne zuerst spielen, um die besten Gewinnchancen zu haben? Begründet eure Antwort durch Rechnungen.

Aufgabe 2 (20 Punkte):

Berechnet die durch vier Kreisbögen mit Mittelpunktswinkel 60° berandete schraffierte Fläche:



Hinweis: Zeichnet die Hilfslinie \overline{AB} ein.

Aufgabe 3 (20 Punkte):

Die Bürger des Ortes Schilda haben sich bisher auf ihrem Marktplatz getroffen, um die Ereignisse des Tages zu besprechen und den neuesten Tratsch auszutauschen. Sie halten dies nicht mehr für zeitgemäß und beschließen ihr Dorf mit Dosentelefonen auszustatten. Dabei soll jedes Haus direkt mit jedem anderen verbunden werden.

- (a) In einer ersten Testphase sollen die Häuser, die direkt an den Marktplatz angrenzen, mit einem solchen Leitungsnetz ausgestattet werden. Hierfür werden 36 Leitungen benötigt. Wie viele Häuser grenzen an den Marktplatz? Tragt eure Antwort (ohne Begründung) auf dem Lösungsbogen ein.
- (b) Nach einer erfolgreichen Testphase wollen nun alle Bürger in den Genuss dieser neuen Technologie kommen. Das Budget reicht allerdings nur für 5000 Leitungen. Wie viele Häuser können damit maximal verbunden werden? Tragt eure Antwort (ohne Begründung) auf dem Lösungsbogen ein.

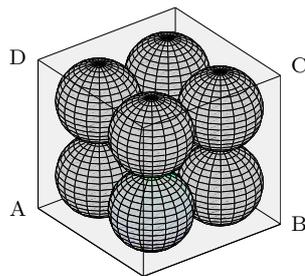
Aufgabe 4 (20 Punkte):

Bauer Schlepp hat 54 kg Erdbeeren geerntet, die er nun nach Hause bringen will. Leider ist seinem Traktor der Biodiesel ausgegangen und er muss den weiten Weg zur Tankstelle zu Fuß zurücklegen. Als er nach 4 Stunden zurückkehrt, sieht er zu seinem Entsetzen, dass er vergessen hat, die Erdbeeren in den Schatten zu stellen. In der prallen Sonne hat sich ihr Wassergehalt von 90 Prozent auf 85 Prozent reduziert.

Wie schwer sind die geernteten Erdbeeren bei seiner Rückkehr? Begründet eure Antwort durch eine Rechnung.

Aufgabe 5 (20 Punkte):

Acht gleichgroße Metallkugeln sollen im Inneren eines Würfels platziert werden. Die Kugeln haben Radius eins und jede der Kugeln berührt genau drei der Würfelflächen.



- (a) Wie groß muss die Seitenlänge des Würfels mindestens gewählt werden, damit die Kugeln in dieser Weise angeordnet werden können?
- (b) Fertigt eine Skizze der Schnittebene durch die Punkte A, B, C, D an.
- (c) Eine neunte Kugel soll zwischen den acht Kugeln so platziert werden, dass der Mittelpunkt der neunten Kugel genau im Mittelpunkt des Würfels liegt. Wie groß kann der Radius der neunten Kugel maximal sein?
- (d) Was ist die minimale Seitenlänge des Würfels, wenn die in Aufgabenteil (c) hinzugenommene Kugel ebenfalls den Radius eins hat?

Tragt eure Lösungen auf dem Lösungsbogen ein (ohne Rechnung).

Aufgabe 6 (20Punkte):

Papa Schlumpf bereitet es große Freude seine 13 Lieblingsschlümpfe mit seltsamen Spielen zu unterhalten, die angeblich deren mathematischen Fähigkeiten fördern sollen. Heute stellt er sie in einer Reihe auf, sodass jeder Schlumpf zwar alle Schlümpfe sehen kann, die vor ihm stehen, aber nicht diejenigen, die hinter ihm stehen. Umzudrehen wagt sich keiner, da für diesen Fall eine Woche Wii-Verbot angedroht wurde. Dann setzt er jedem seiner 13 Schlümpfe eine Mütze auf, die gelb oder lila ist. Dabei beginnt er hinten in der Reihe, sodass die Schlümpfe wieder nur sehen können, welche Farben die Mützen der vor ihnen stehenden Schlümpfe haben. Auch die Farbe der Mütze, die sie selbst tragen, können sie nicht sehen. Papa Schlumpf verrät jedoch so viel, dass er eine gerade Anzahl von lila Mützen verteilt hat. Nun beginnt Papa Schlumpf der Reihe nach alle Schlümpfe nach der Farbe ihrer Mütze zu befragen, wobei er wieder mit dem Letzten in der Reihe beginnt. Gibt der Schlumpf die richtige Antwort, so erhält er ein großes Eis, was zuverlässig einen Jubelschrei auslöst. Andernfalls ist nur ein leichtes Seufzen zu hören. Schlaubi Schlumpf steht genau in der Mitte der Reihe. Er sieht, dass genau drei der Schlümpfe in der Reihe vor ihm gelbe Mützen tragen. Zudem hört er, dass genau drei der hinter ihm stehenden Schlümpfe die Antwort gelb gegeben haben. Stutzig macht ihn, dass alle vor ihm Befragten gejubelt haben und kein Seufzer zu hören war. Er ahnt, dass das kein Zufall sein kann und denkt angestrengt nach, aber es will ihm nichts einfallen.

- (a) Helft Schlaubi und erklärt ihm, warum seine Mütze welche Farbe hat.

Schlaubi hat es vermasselt und muss ins B-Team, das auch aus 13 Schlümpfen besteht. Wieder steht er in der Mitte und Papa Schlumpf verteilt gelbe und lila Mützen, dieses Mal eine gerade Anzahl von gelben Mützen. Wieder sieht er genau drei gelbe Mützen vor sich und hört genau drei Mal die Antwort gelb, bevor er an der Reihe ist. Allerdings sind jetzt drei Jubelschreie und drei Seufzer zu hören. Das verwirrt Schlaubi so sehr, dass er vergisst, welche der Antworten zu Jubelschreien geführt haben.

- (b) Kann Schlaubi trotzdem herausfinden, welche Farbe seine Mütze hat? Falls ja, welche Farbe hat sie? Begründet eure Antworten.